

「計算力学の基礎」コース（シラバス）

【授業の到達目標およびテーマ】

計算機支援工学(CAE)を活用した構造設計や製品設計をはじめとして、様々な科学技術諸問題に関する実践的な問題解決能力を身につけることを目的に、

1. 計算力学のための基礎的な数学知識と表記方法を身につける
2. 現象を支配する微分方程式を有限要素法により離散化する能力を養う
3. 境界条件や荷重条件の意味を理解し、与えられた問題のモデル化を行える能力を養う
4. 汎用プログラムを利用した実習をとおしてメッシュ生成の方法や解の評価（精度）能力を養う

【授業の概要と方法】

有限要素法を中心とした計算力学は、構造物のデザインや製品開発にとどまらず、材料開発や環境問題など様々な問題を解決するために用いられている。本講義では、正しいモデル化やシミュレーションを行うことができる能力を身につけることを目的に、固体力学、流体力学諸問題に対する計算力学の基礎、特に有限要素法の考え方を中心に学び、実習をとおして実務において有限要素法を使うために必要となる基礎的事項を理解する。

【授業計画】

1. 入門計算力学（基礎） 1：基礎の数学（竹内）保証時間 90 分
物理現象の数理モデル化の考え方とその離散化手法の概要について理解するとともに、物理現象の記述や有限要素法の定式化において必要される数学的事項のうち、行列の定義や演算法、ベクトル幾何、場とその変化率、積分と積分定理について学ぶ。
 - ①有限要素法の開発史
 - ②現象のモデル化と離散化手法
 - ③基礎の数学（行列の代数、場とその演算）
2. 入門計算力学（基礎） 2：マトリックス変位法（竹内）保証時間 90 分
1次元トラス構造（ばね構造）を例として、マトリックス法の基礎を学び、代数方程式がどのような考え方で作成されるかを理解する。また、その代数方程式の作り方を一般化し、機械的に作成する方法を理解する。さらに、代数方程式の解法に関する基礎についても理解する。
 - ①変位法による剛性行列の誘導
 - ②境界条件の処理
 - ③機械的な全体剛性行列の作成
 - ④代数方程式の数値解法
3. 入門計算力学（基礎） 3：仮想仕事の原理と有限要素法（竹内）保証時間 90 分
代数的に展開するマトリックス変位法に対して有限要素法の展開を行うため、はじめに、1次元

トラス構造の数理モデル化とエネルギー原理の基礎を学ぶ。続いて、得られた支配方程式に対して仮想仕事の原理を適用し、線形変位場を仮定することで有限要素法による離散化の方法を理解する。

- ① 1次元トラス構造の数理モデル化
- ② 仮想仕事式の誘導
- ③ 線形変位場
- ④ 有限要素法の定式化

4. 入門計算力学（基礎） 4：重み付き残差法と有限要素法（竹内）保証時間 90分

1次元熱伝導問題を例に、重み付き残差法概念を学び、古典的近似解法によって得られる解の精度を理解する。続いて、温度場に区分的線形関数を適用し、ガラーキン法を用いた有限要素法の定式化を理解する。

- ① 1次元熱伝導問題の数理モデル化
- ② 重み付き残差法と弱形式
- ③ 区分的線形関数
- ④ ガラーキン法による有限要素法の定式化

5. 初級計算力学（定常問題） 1：ポテンシャル流れの有限要素解析（寺田）保証時間 90分

楕円型の微分方程式に支配されるスカラー場の境界値問題に対する数理モデルを示し、代表的な例として2次元Laplace方程式で表されるポテンシャル流れの問題を取り上げ、楕円型問題の有限要素法による離散化手法を学ぶ。

- ① 様々なスカラー場の支配方程式
- ② ポテンシャル流れの境界値問題
- ③ 形状関数と離散化
- ④ 連立一次方程式の求解と後処理

6. 初級計算力学（定常問題） 2：平面弾性問題の有限要素解析 1（寺田）保証時間 90分

ベクトル場の問題として、平面弾性問題の有限要素法による離散化手法について学ぶ。はじめに、弾性問題の数理モデル化を理解し、得られた支配方程式に対する弱形式の誘導方法を学ぶ。さらに、変位場として線形関数を仮定して、要素剛性行列を誘導する方法を理解する。

- ① 弾性体の力学：応力・ひずみ・構成則
- ② 支配方程式とその弱形式
- ③ 線形三角形要素
- ④ 要素剛性行列と節点荷重ベクトル

7. 初級計算力学（定常問題） 3：平面弾性問題の有限要素解析 2（寺田）保証時間 90分

ベクトル場の有限要素係数行列である要素毎の剛性行列から全体の剛性方程式を組み立てる方法的理解し、得られた剛性方程式に対して、様々な境界条件を適用する方法や外部荷重の処理方法について学ぶ。

- ① 剛性方程式の組み立て・求解・後処理

- ②種々の境界条件処理／等価節点力
- ③変位境界条件処理
- ④要素境界上の分布荷重と等価節点力

8. 初級計算力学（定常問題） 4：各種要素（寺田）保証時間 90 分

これまで、有限要素解析のロジックを理解するため、最も簡単で、数値積分などの必要がない三角形一次要素を用いて離散化の説明を行ってきた。実務では、さらに精度の高い要素や、三角形以外の形状の要素が用いられている。ここでは、三角形一次要素以外の代表的な要素を用いた場合の離散化手法を学ぶとともに、その際に必要となる数値積分についても理解する。

- ①高次の三角形要素
- ②双一次四辺形要素
- ③アイソパラメトリック要素
- ④数値積分による要素剛性行列・荷重ベクトルの計算

9. 初級計算力学（定常問題） 5：有限要素法による近似解の理解（寺田）保証時間 80 分

有限要素法では、要素内の解の分布を何らかの関数によって近似している。そのため、定式化には現れない様々な精度の問題が生ずる。ここでは、これまで学んできたことを、さらに実務に役立てるため、要素や要素分割による解の精度への影響とその対策について学ぶ。

- ①有限要素解の近似特性
- ②要素のしくみ
- ③精度に関する数学的な理論背景
- ④ロッキングとその回避方法

10. 中級計算力学（非定常問題） 1：（樫山）保証時間 90 分

非定常問題の支配方程式には、未知変数に対する時間微分項が含まれている。このため、離散化解析を行う場合には、空間方向の離散化に加えて時間方向の離散化が必要になる。時間方向の離散化には、有限差分法を用いる方法と有限要素法を用いる方法があるが、本講では、簡便でかつ一般的である差分法を用いる場合の有限要素法について学ぶ。そのための準備として、差分法の基礎および陽解法と陰解法の方法について学ぶ。

- ①偏微分方程式の型と特徴
- ②差分法による時間方向の離散化
- ③陰解法と陽解法

11. 中級計算力学（非定常問題） 2：（樫山）保証時間 90 分

放物型問題である非定常熱伝導問題を取り上げ、重みつき残差法（ガラーキン法）に基づく定式化について示す。重みつき残差式に対して、空間方向の離散化には三角形一次要素を用いた有限要素法を、時間方向の離散化には1時間目に学んだ差分法を適用することで、偏微分方程式から代数方程式（連立一次方程式）への変換の過程を中心に学ぶ。また、三角形一次要素の場合に用いられる、面積座標とそれを用いた積分について学ぶ。

- ①放物型偏微分方程式（熱伝導方程式）に対する有限要素法
- ②面積座標と積分
- ③時間積分（クランク・ニコルソン法など）

12. 中級計算力学（非定常問題） 3：（樫山）保証時間 90 分

双曲型問題である移流問題を取り上げ、重みつき残差法（ガラーキン法）に基づく定式化について示す。時間方向の離散化の方法の差異により連立一次方程式の解法は、陰解法と陽解法の2つに大別される。それぞれの手法の長所・短所について、具体的な数値計算例を用いて考える。また、陽解法の安定条件、多段階陽解法について学ぶ。

- ①双曲型偏微分方程式（移流方程式）に対する有限要素法
- ②陽解法の安定条件
- ③時間積分（陰解法と陽解法）

13. 中級計算力学（非定常問題） 4：（樫山）保証時間 90 分

1時間目の講義に関連して、物理現象（偏微分方程式の型）に相応しい離散化手法について解説する。混合型方程式である移流拡散方程式において、移流が卓越する場合に生じる数値不安定性とそれを取り除くための風上化（上流化）の手法、さらにはその発展形である安定化有限要素法について学ぶ。また、時間微分項が2階微分となる振動問題を取り上げ、空間と時間に関する離散化の具体的手順について学ぶ。

- ①安定化手法（双曲型偏微分方程式）
- ②動的問題に対する有限要素法
- ③時間積分（ニューマークの β 法など）

14. 演習計算力学1：解析のモデリングとメッシュ生成（鈴木）保証時間 90 分

有限要素解析では、解析領域を要素に分割しなければならない。三次元問題、これを手で行うのはほとんど不可能であり、実務上は、何らかのメッシュ自動生成技術を利用せざるを得ない。ここでは、実務に役立つよう、メッシュ生成の問題点を整理し、様々な自動生成技術について学び、得られる要素分割の特徴を理解する。

- ①メッシュ生成の問題点と解決方法
- ②構造メッシュ生成法
- ③非構造メッシュ生成法

15. 演習計算力学2：離散化誤差（鈴木）保証時間 90 分

良いメッシュ分割を用いれば、それなりの精度で解析を行うことができる。しかし、実務レベルで扱うような解析対象では、メッシュの善し悪しを判定するのが難しい場合も多々ある。ここでは、離散化の誤差を評価する方法を学び、そういった情報をもとにメッシュを改善する方法を理解する。

- ①離散化誤差の計り方
- ②アダプティブ法（ r 法, h 法, p 法）

16. 演習計算力学3 : CAE 実習 (鈴木) 保証時間 180 分

汎用ソフト (ANSYS を予定) を用いて, 材料情報や要素タイプの指定, メッシュ生成, 境界条件の処理など具体的な構造解析の流れを体験し, ポスト処理を利用して, 要素の大きさや, 形状, 次数の影響などによる解への影響などを調べ, 解析結果の評価方法を理解する.

① 静的構造解析

- ・片持ちばりのたわみ
- ・穴あき平板の引っ張り
- ・ブラケットの変形

② 動的構造解析

- ・片持ちばりのモード解析
- ・片持ちばりの時刻歴応答解析

③ 3次元 CAD データを用いた有限要素メッシュの生成

【テキスト】

- 1) 竹内・樫山・寺田 : 計算力学 (第2版) —有限要素法の基礎—, 森北出版
- 2) それぞれの講義におけるレジメや講義に使用したパワーポイントの資料

【成績評価】

講習を全て受講した場合, 修了証を発行する.